

# 基于近浅海环境的系泊系统设计

## 摘要

目前, 保证传输节点能在不同海洋环境中稳定工作, 建立近浅海观测网, 是测量收集海洋环境数据的重要方面, 具有重要的研究意义。本文通过建立数学模型, 依据真实近浅海环境, 分析风荷载, 水流力, 浮力等因素对传输节点的影响, 给出了考虑多种因素的系泊系统设计方案。

针对问题一, 将海面流场视为平面流场, 海风速度恒定, 将传输节点系泊系统简化成二维模型。引入风速、海水密度、系泊系统质量、系泊系统各部分密度、体积等参数, 通过静力分析找到系统各部分倾斜角度与参数之间的数学关系, 建立了在无水流力影响下描述系泊系统形态变化的综合模型。再将已给出的条件代入模型, 采用分段外推法对系泊系统进行离散数值分析[1], 确定了两种风速下的钢桶和各节钢管的倾斜角度、锚链形状、浮标的吃水深度和游动区域。并进行了实验验证, 发现该模型的计算出的系泊系统形态与实验测量所得结果基本一致。

针对问题二第一问, 直接利用问题一的模型, 将问题二给出的风速代入计算, 发现锚链在锚点与海床的夹角为  $18.0065^\circ$ , 超过  $16^\circ$ , 所以锚会被拖行, 致使节点移位丢失, 不符合设计要求, 无法判断系泊系统形态和浮标浮动范围。

针对问题二第二问, 前提条件为钢桶的倾斜角度不超过  $5^\circ$ , 锚链在锚点与海床的夹角不超过  $16^\circ$  即锚不会被拖行, 所以需要将重物球质量作为变量代入模型一进行计算, 判断是否满足问题二约束条件。再利用已知条件确定重物球质量的粗略范围, 最小值为问题一给出的  $1200\text{kg}$ , 当海面风速为 0, 浮标恰好完全浸入海水时重物球质量为最大值, 然后采用二分法, 快速逼近满足约束条件的重物球临界质量, 从而得到精确范围。在约束条件下, 所求临界最小值为最优解, 并给出了系泊系统设计。

针对问题三, 将水流力纳入考虑, 根据牛顿流体力学建立水流力模型, 计算不同深度的水流速度。再重新对系泊系统进行静力分析, 找到系统各部分倾斜角度与参数之间的数学关系, 建立了存在水流力影响下描述系泊系统形态变化的综合模型。再根据实际近浅海情况改变模型参数, 利用多层优化搜索算法, 得到不同优化目标下, 最佳系泊系统设计。本文给出了以中国黄海近海海域为例, 满足节点不移位条件下, 以通讯设备工作状态最佳为优化目标的最佳决策。

最后给出了模型的优缺点和改进方案。

**关键词:** 近浅海 静力计算 有限元 离散数值分析 多层优化搜索

# 1. 问题重述

## 1.1 问题背景

稳定的传输节点对于海底观测网的建设具有重大意义[2]，这不仅能够克服卫星观测止步于海洋表面、船只科考受时间和气候因素影响等弊端，还能实现对海底的 24 小时观测，有效保护海洋环境和探索海洋资源，从而推动我国海洋科学发展和重点突破。所以设计一个具有稳定系泊系统的传输节点十分重要。

## 1.2 问题描述

近浅海观测网传输节点由系泊系统，浮标系统和水声通讯系统组成，其中要使传输节点稳定高效的工作，设计一个稳定的系泊系统尤为重要。所以需要通过分析传输节点多变的工作环境，找到设计最佳系泊系统的方法。

尝试建立数学模型讨论下列问题：

1. 已知传输节点锚链型号，重物球质量，海水密度，海面风速，利用数学模型计算出钢桶和各节钢管的倾斜角度、锚链形状、浮标的吃水深度和游动区域。

2. 利用第一题所建立的模型确定当风速为 36m/s 时，钢桶和各节钢管的倾斜角度、锚链形状和浮标的游动区域。并且通过调节重物球质量，使得传输节点能达到安全稳定的工作状态。

3. 因为潮汐等因素，会导致传输节点投放海域水深会发生变化，海水流速最高能达到 1.5m/s、风速最大可达到 36m/s，给出考虑风力、水流力和水深情况下的系泊系统设计并分析不同情况下钢桶、钢管的倾斜角度、锚链形状、浮标的吃水深度和游动区域。

# 2. 问题分析

## 2.1 问题一分析

问题一要求计算钢桶和各节钢管的倾斜角度、锚链形状、浮标的吃水深度和游动区域，且海水静止，故可将海面风场视为平面流场，由此将系泊系统简化为二维模型，然后对浮标，钢管，水声通讯装置，锚链，进行受力分析找到影响系泊系统变化的参数之间的关系，由此建立数学模型进行求解。

## 2.2 问题二分析

问题二的第一个任务与问题一假设相同，但是风速更快，使用问题一的模型能够很快得出答案。第二个任务将重物球的质量设为变量，首先确定重物球质量的粗略取值范围，再采用二分法，确定满足设计要求时重物球质量的临界条件，找到最适方案。

## 2.3 问题三分析

由问题三知，需考虑水流力对系泊系统形态的影响，根据牛顿流体力学，建立水流力随海水深度变化的模型，重新对传输节点各个组成部分进行静力分析，再结合模型一，建立综合模型。再将重物球质量，锚链长度和型号代入模型进行计算。由于变量较多，遍历搜索的计算复杂度较高，所以选择采用多层优化搜索方法，能够较为快速精确地解出特定环境下的系泊系统最优设计。

### 3. 模型假设与符号说明

#### 3.1 模型假设

- (1) 假定海流为平面流场，因此，可以把系统简化成二维问题来解决；
- (2) 假定锚链不能传递弯矩；
- (3) 假定海水流速符合牛顿流体定律；
- (4) 不记重物球及锚链所受海水浮力；

#### 3.2 符号说明

##### 问题一、二符号系统

符号	定义	单位
$i$	节点编号	个
$N$	总节点数	个
$F_{x_i}$	第 $i$ 个节点所受水平方向作用力	N
$F_{y_i}$	第 $i$ 个节点所受竖直方向作用力	N
$\theta_i$	第 $i$ 段物体与水平方夹角	°
$H_i$	第 $i$ 个节点距海平面的竖直高度	m
$R_i$	第 $i$ 个节点距第1个节点的水平距离	m
$H_{\text{海水}}$	海水深度	m
$S_{\text{风}}$	物体在风向法平面的投影面积	$\text{m}^2$
$v_{\text{风}}$	风速	m/s
$F_{\text{风}}$	近海风荷载	N
$S_{\text{海水}}$	物体在水流速度法平面的投影面积	$\text{m}^2$
$v_{\text{海水}}$	流速	m/s
$F_{\text{海水}}$	近海水流力	N
$F_{\text{浮标}}$	浮标所受浮力	N
$G_{\text{浮标}}$	浮标所受重力	N
$F_{\text{钢管}}$	钢管所受浮力	N
$G_{\text{钢管}}$	钢管所受重力	N
$F_{\text{钢桶}}$	钢桶所受浮力	N
$G_{\text{钢桶}}$	钢桶所受重力	N
$G_{\text{球}}$	重物球所受重力	N
$G_{\text{锚链}}$	每节锚链环所受重力	N

### 问题三符号系统

符号	定义	单位
$F_{海水_i}$	第 <i>i</i> 段物体所受水流力	N

## 4 问题一分析与模型解决

### 4.1 问题分析

问题一中，为了描述系泊系统在静止海水中的状态，首先将海面风场视为平流场，将系泊系统简化成二维模型，以锚点为原点，锚点的竖直方向为  $y$  轴，海床为  $x$  轴建立平面直角坐标系。在此坐标系的基础上对传输节点各个组成部分单独进行静力分析，通过几何关系找到影响系泊系统形态的因素和影响规律，建立数学模型求解。

建模流程图如下所示：

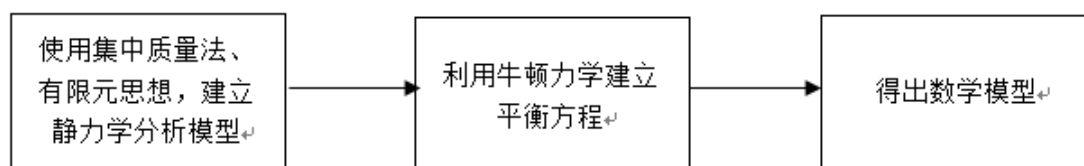


图 4.1 建模流程图

### 4.2 模型准备

#### 4.2.1 名词解释：

**二力杆[3]**：指的是一个杆件只在两端受力，且处于平衡状态。由于二力杆件处于平衡状态，由力的平衡可知其两端所受的合力方向相反，力的大小相等，且沿杆端点连线方向。

**集中质量法[4]**：也称作凝聚参数法或集中质量-弹簧法，是应用离散思想对细长的杆件或缆索等对象进行分段，段与段之间通过有质量的节点连接，段是没有质量的且被看作是刚体或是有弹性的弹性体。主要应用在细长物体的动力学模型的建立与分析，如水下拖曳系统与系泊系统缆索建模当中。

**牛顿流体[5]**：任一点上的剪应力都同剪切变形速率呈线性函数关系的流体称为牛顿流体。水是牛顿流体的一种。

**近海[6]**：指近岸海域外部界限平行向外 20 海里的海域。水深 20-50m。

### 4.3 模型建立

根据假设，将海面风场视为平流场，先对以锚点为原点，锚点的竖直方向为  $y$  轴，海床为  $x$  轴建立平面直角坐标系。得到基于传输节点的平面直角坐标系。如图所示：

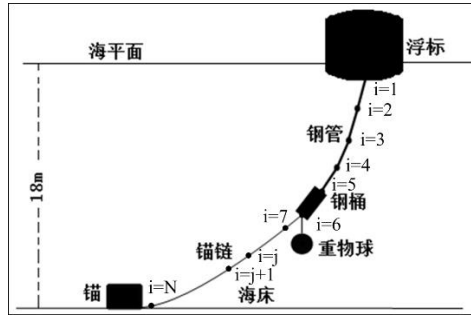


图 4.2 单元划分图

定义每个钢管、钢桶、每个链环均为一个单元，并将连接浮标的第一根钢管定义为系泊系统第一段，第二根钢管为第二段，钢桶为五段，锚链上的链环为第六段至锚点的第 N-1 段。

### 4.3.1 对系泊系统建立平面直角坐标系和静力分析

#### 4.3.1.1 浮标

对整个浮标进行静力分析，浮标受到的浮力 $F_{浮标}$ （方向竖直向上），自身受到的重力 $G_{浮标}$ （方向竖直向下），海风对浮标的推力 $F_{风}$ （水平方向），海水对浮标的作用力 $F_{海水}$ （水平方向），问题一中此项为 0，钢管对浮标的拉力分解为水平方向 $F_{x_0}$ 和竖直方向 $F_{y_0}$ ，静力分析如图：

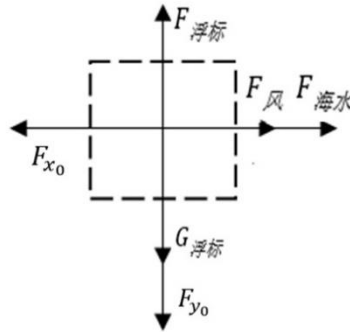


图 4.3 浮标受力分析图

由受力平衡得，此时 $i = 0$ ：

$$\begin{cases} F_{x_i} = F_{风} + F_{海水} \\ F_{y_i} = F_{浮标} - G_{浮标} \\ F_{风} = 0.625 \times S_{风} v_{风}^2 \\ F_{海水} = 374 \times S_{海水} v_{海水}^2 \end{cases} \quad (4.1)$$

式中， $S_{风}$ 为物体在风向法平面的投影面积( $m^2$ )， $v_{风}$ 为风速( $m/s$ )， $S_{海水}$ 为物体在水流速度法平面的投影面积( $m^2$ )， $v_{海水}$ 为水流速度( $m/s$ )

### 4.3.1.2 钢管

共有四节钢管，取第  $i$  节进行静力分析。利用二力杆原理，简化钢管模型，将钢管质量平分，分别集中于钢管两端的节点，可将钢管视为一个由轻杆连接的两个节点组成的系统。对该系统进行静力分析，系统上端节点受到海水的浮力  $F_{\text{钢管}}/2$ ，自身的重力  $G_{\text{钢管}}/2$ ，并且将来自系统上端对系统的作用力分别沿  $x, y$  方向分解得到  $F_{x_i}, F_{y_i}$ ，如图所示：

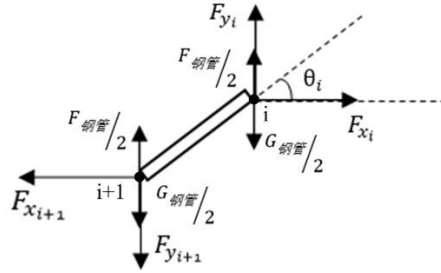


图 4.4 钢管受力分析图

由平衡条件得，此时  $1 \leq i \leq 4$ ：

$$\begin{cases} F_{x_{i+1}} = F_{x_i} \\ F_{y_{i+1}} = F_{y_i} + F_{\text{钢管}} - G_{\text{钢管}} \end{cases} \quad (4.2)$$

且上方节点所受合力方向与钢管方向相同，可得钢管倾角：

$$\theta_i = \tan^{-1} \left( \frac{F_{y_i} + \frac{F_{\text{钢管}} - G_{\text{钢管}}}{2}}{F_{x_i}} \right) \quad (4.3)$$

### 4.3.1.3 钢桶

因为海水静止，将钢桶视为一个二力杆，钢桶质量分别集中于钢桶两端的节点，可将钢桶视为一个由轻杆连接的两个节点组成的系统。对该系统进行静力分析，系统上端节点受到海水的浮力  $F_{\text{钢桶}}/2$ ，自身的重力  $G_{\text{钢桶}}/2$ ，并且将来自系统上端对系统的作用力分别沿  $x, y$  方向分解得到  $F_{x_i}, F_{y_i}$ ，如图所示：

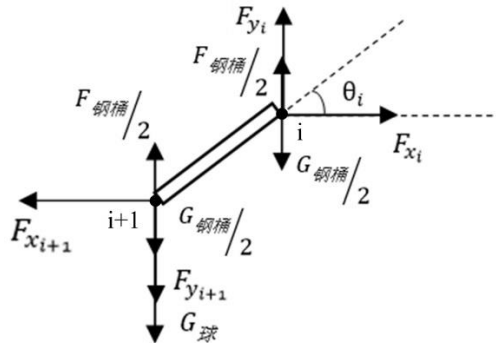


图 4.5 钢桶受力分析图

由平衡条件得，此时 $i = 5$ ：

$$\begin{cases} F_{x_{i+1}} = F_{x_i} \\ F_{y_{i+1}} = F_{y_i} + F_{\text{钢桶}} - G_{\text{钢桶}} - G_{\text{球}} \end{cases} \quad (4.4)$$

且上方节点所受合力方向与钢桶方向相同，可得钢桶倾角：

$$\theta_i = \tan^{-1}\left(\frac{F_{y_i} + \frac{F_{\text{钢桶}} - G_{\text{钢桶}}}{2}}{F_{x_i}}\right) \quad (4.5)$$

#### 4.3.1.4 锚链

因为海水静止，将锚链的每节链环都视为一个二力杆，链环质量分别集中于链环两端的节点，可将链环视为一个由轻杆连接的两个节点组成的系统。对该系统进行静力分析，自身的重力 $G_{\text{锚链}}/2$ ，并且将来自系统上端对系统的作用力分别沿 $x$ 、 $y$ 方向分解得到 $F_{x_i}$ 、 $F_{y_i}$ ，如图所示：

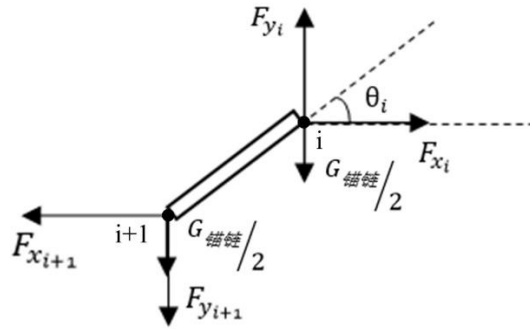


图 4.6 链环受力分析图

由平衡条件得，此时 $6 \leq i \leq N$ ：

$$\begin{cases} F_{x_{i+1}} = F_{x_i} \\ F_{y_{i+1}} = F_{y_i} - G_{\text{锚链}} \end{cases} \quad (4.6)$$

且上方节点所受合力方向与链环方向相同，可得链环倾角：

$$\theta_i = \tan^{-1}\left(\frac{F_{y_i} - \frac{G_{\text{钢桶}}}{2}}{F_{x_i}}\right) \quad (4.7)$$

#### 4.3.2 传输节点系统各部分状态与浮标浮动范围的关系

浮标浮动范围和系泊系统长度相关，如图 4.7 所示，系泊系统上每一段在与海床平行方向上的投影长度之和，就是浮标浮动范围的最大半径。

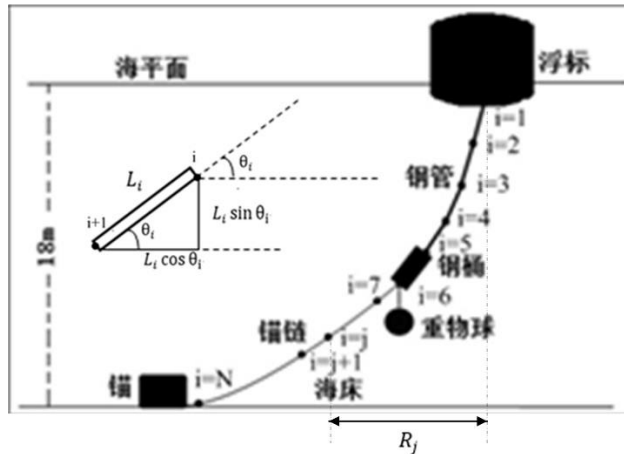


图 4.7 半径求解示意图

$$R_j = \sum_{i=1}^{j-1} L_i \cos \theta_i \quad (4.8)$$

式中， $R_j$ 表示第  $j$  个节点距第 1 个节点的水平距离。

#### 4.3.3 传输节点系统各部分状态与海水深度的关系

各节点距离海面的高度和系泊系统长度相关，如图 4.8 所示，系泊系统上每一段在竖直方向上的投影长度之和，就是各节点距离海平面的高度。

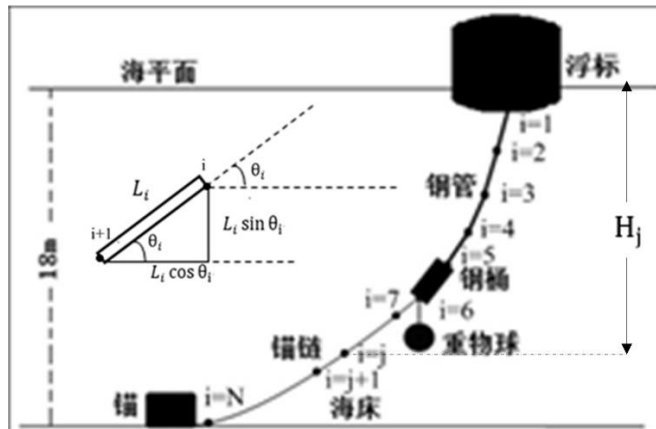


图 4.8 深度求解示意图

$$\begin{cases} H_j = \sum_{i=1}^{j-1} L_i \sin \theta_i + h \\ H_N = H_{\text{海水}} \end{cases} \quad (4.9)$$

式中， $H_j$ 表示第  $j$  个节点距海平面的高度。

#### 4.3.4 传输节点各部分状态变化的综合模型



$$\begin{aligned}
 & V = \pi r^2 h \\
 & F = \rho g V \\
 & G = mg \\
 & F_{\text{风}} = 0.625 \times S_{\text{风}} v_{\text{风}}^2 \\
 & F_{\text{海水}} = 374 \times S_{\text{海水}} v_{\text{海水}}^2, v_{\text{海水}} = 0 \\
 & F_{x_i} = F_{\text{风}} + F_{\text{海水}}, 0 \leq i \leq N-1 \\
 & F_{y_i} = \begin{cases} F_{\text{浮标}} - G_{\text{浮标}}, i = 0 \\ F_{y_{i-1}} + F_{\text{钢管}} - G_{\text{钢管}}, 1 \leq i \leq 4 \\ F_{y_{i-1}} + F_{\text{钢桶}} - G_{\text{钢桶}} - G_{\text{球}}, i = 5 \\ F_{y_{i-1}} - G_{\text{锚链}}, 6 \leq i \leq N-1 \end{cases} \\
 \min h \quad \text{s.t.} \quad & \theta_i = \begin{cases} \tan^{-1}\left(\frac{F_{y_i} + \frac{F_{\text{钢管}} - G_{\text{钢管}}}{2}}{F_{x_i}}\right), 1 \leq i \leq 4 \\ \tan^{-1}\left(\frac{F_{y_i} + \frac{F_{\text{钢桶}} - G_{\text{钢桶}}}{2}}{F_{x_i}}\right), i = 5 \\ \tan^{-1}\left(\frac{F_{y_i} - \frac{G_{\text{钢桶}}}{2}}{F_{x_i}}\right), 6 \leq i \leq N-1 \end{cases} \\
 & R_{\max} = \sum_{i=1}^{N-1} L_i \cos\theta_i \\
 & H_{\text{海水}} = \sum_{i=1}^{N-1} L_i \sin\theta_i + h \\
 & 90^\circ - \theta_5 \leq 5^\circ \\
 & \theta_{N-1} \leq 16^\circ
 \end{aligned} \tag{4.10}$$

#### 4.4 模型求解

使用多层迭代的计算方法，对问题一进行求解，如图所示：

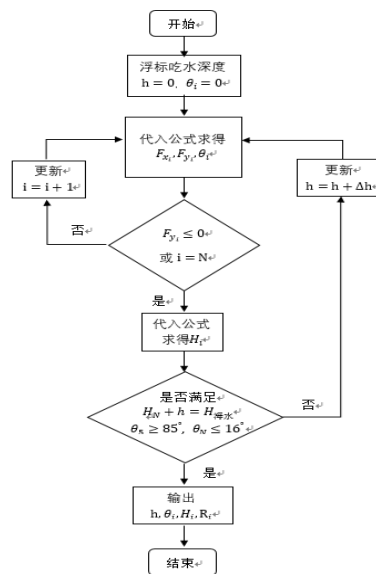


图 4.9 模型一程序流程图

#### 4.4.1 风速为 12m/s 结果

1. 吃水深度为：0.7348m
2. 钢桶与竖直方向夹角：1.0072°
3. 四根钢管从上到下与水平方向夹角：89.0236° 89.0179° 89.0120° 89.0061°
4. 锚点与海床的夹角：0°
5. 锚链形状及浮标浮动半径（最大浮动半径为 14.29m），如图所示：

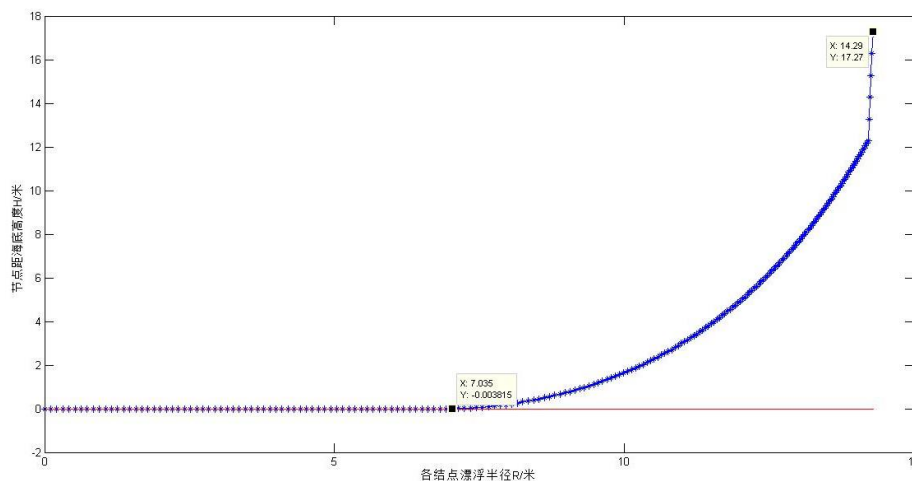


图 4.10 12m/s 时锚链形状

#### 4.4.2 风速为 24m/s 结果

1. 吃水深度为：0.7489m
2. 钢桶与竖直方向夹角：3.8462°
3. 四根钢管从上到下与水平方向夹角：86.2675° 86.2463° 86.2248° 86.2031°
4. 锚点与海床的夹角：0°
5. 锚链形状及浮标浮动半径（最大浮动半径为 17.43m），如图所示：

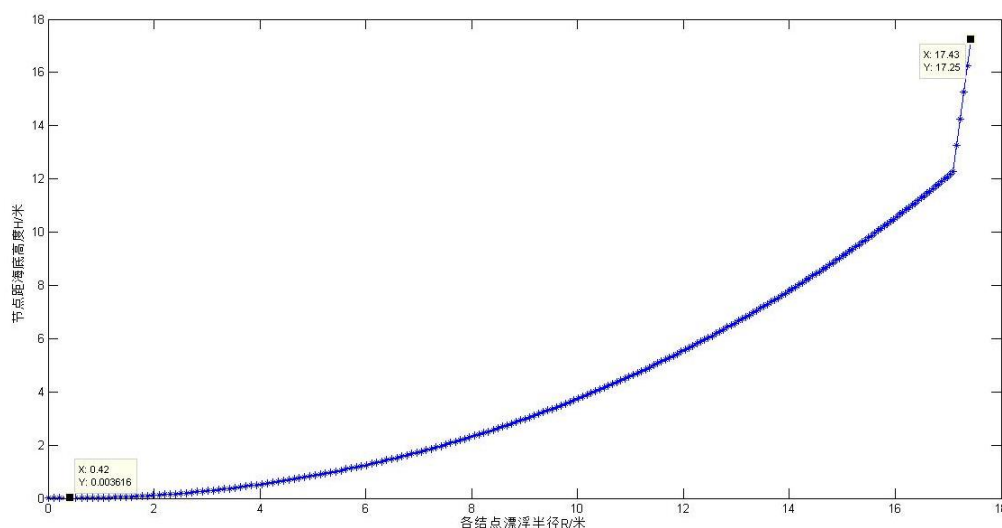


图 4.11 24m/s 时锚链形状

#### 4.5 模型检验

为了验证该模型的正确性，我们进行了实验验证。

用回形针代替链环、钢桶和钢管，用 55g 的重物代替重物球悬挂在第 5 根回

形针上，然后用电子拉力计测量上端拉力代替浮力和风力的矢量合力，用量角器测出第 5 根回形针处与竖直方向的夹角，进行多次实验，模型计算结果与实际测量结果符合很好，实验图片见附录。

表 4.1 实验结果与计算结果对比表

试验次数		1	2	3	4	5
实验测量值	第五根回形针与水平方向夹角	0°	7.6°	13.2°	18.4°	23.2°
程序模拟值		0°	8.756°	14.536°	19.942°	21.625°
			3°	4°	6°	3°

## 5. 问题二分析与模型解决

### 5.1 问题分析

问题二的目标一要求计算当风速达到 36m/s 时传输节点系统的状态，由于条件与问题一相同，所以直接采用模型一进行计算，得到钢桶和各节钢管的倾斜角度、锚链形状和浮标的游动区域。但是计算结果发现锚链在锚点与海床的夹角超过 16°，锚开始被拖行。在问题二的目标二中，重物球的质量为变量。所以利用现有模型一，在问题二的约束下给出重物球质量的粗略范围，再通过二分法确定重物球质量的精确范围。

### 5.2 模型建立

问题二任务一的模型与问题一模型相同。

问题二任务二的模型在问题一模型的基础上，计算了重物球的质量上限。模型一中的重物球质量在任务二中是变量，所以为了找出重物球质量的范围，先要确定出重物球的最大值。在海面没有风同时重物球质量使浮标刚好完全没入海面的情况下，如图所示，便能得到重物球质量的最大值。

$$F_{\text{浮标}} + F_{\text{球}} + F_{\text{钢管}} + F_{\text{钢桶}} = G_{\text{锚链}} + G_{\text{浮标}} + G_{\text{球}} + G_{\text{钢管}} + G_{\text{钢桶}} \quad (5.1)$$

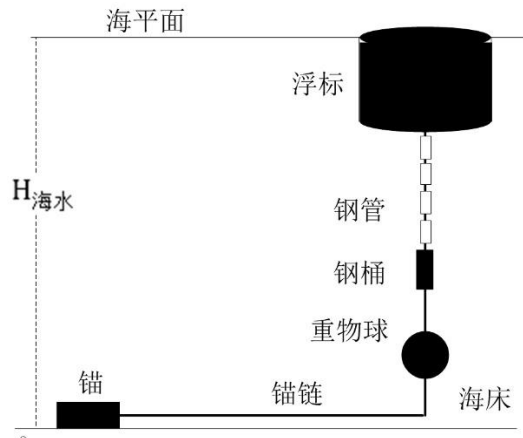


图 5.1 重物球质量上限情况示意图

进行静力分析，得到重物球质量最大值为 5325kg。

### 5.3 模型求解

#### 5.3.1 问题二任务一求解

基于问题一的假设，将风场视为一个稳流的风场，而且不考虑海水流动，所以当锚被拖行的时候处于匀速运动状态，故直接利用模型一求解，得到：

1. 吃水深度为：0.7700m
2. 钢桶与竖直方向夹角：8.0633°
3. 四根钢管从上到下与水平方向夹角：82.1619° 82.1198° 82.0772° 82.0342°
4. 锚点与海床的夹角：18.0065°
5. 锚链形状及浮标浮动半径（最大浮动半径为 18.71m），如图所示：

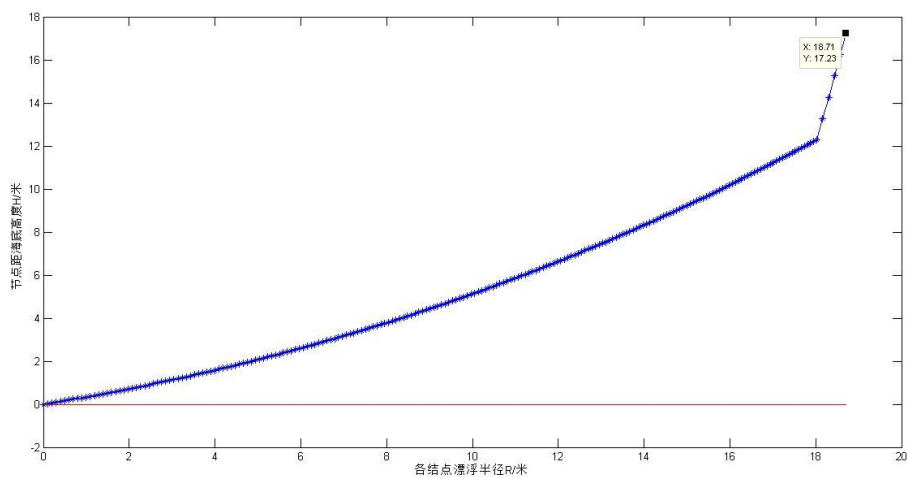


图 5.2 36m/s 时锚链形状

此时发现锚链在锚点与海床的夹角为  $18.0065^\circ \geq 16^\circ$ ，锚被拖行。

#### 5.3.2 问题二任务二求解

##### 5.3.2.1 找到重物球的模糊质量范围

由任务一的结果可知，重物球的质量下限应大于 1200kg, 所以得到了重物球质量的模糊范围：1200kg-5325kg。

##### 5.3.2.2 找到重物球质量的精确范围

利用二分法求解，先取上一步的模糊范围的中间值，代入模型一进行计算，观察该值是否满足问题约束条件。当取中间值  $c$  时，若满足约束条件，则在  $a$  和  $b=c$  之间再次寻找中间值并代入模型一计算；若不满足约束条件，则在  $a=c$  和  $b$  之间寻找中间值代入模型一计算，重复上述步骤，直至搜索区间小于阈值  $\epsilon$ ，输出结果。

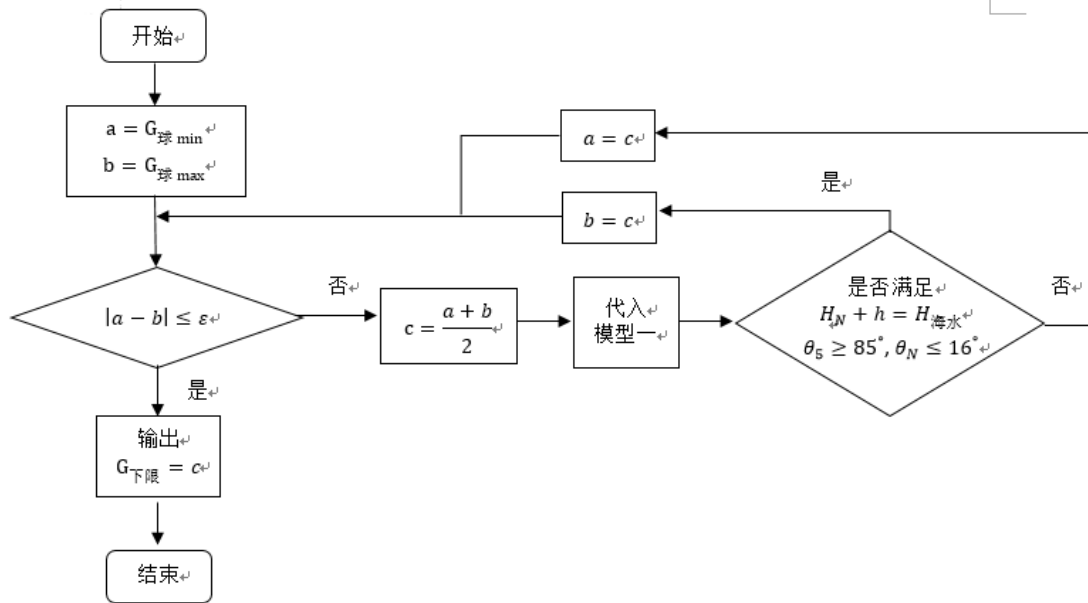


图 5.3 模型二程序流程图

计算得出重物球质量下限为 1780kg, 考虑到要使吃水深度  $h$  尽量小, 所以重物球的质量应尽量小接近质量下限。我们取 1780kg 代入模型一计算, 得到结果:

1. 吃水深度为: 0.9432m
2. 钢桶与竖直方向夹角:  $4.9953^\circ$
3. 四根钢管从上到下与水平方向夹角:  $85.1065^\circ$   $85.0873^\circ$   $85.0680^\circ$   $85.0485^\circ$
4. 锚点与海床的夹角:  $15.6883^\circ$
5. 锚链形状及浮标浮动半径 (最大浮动半径为 18.39m), 如图所示:

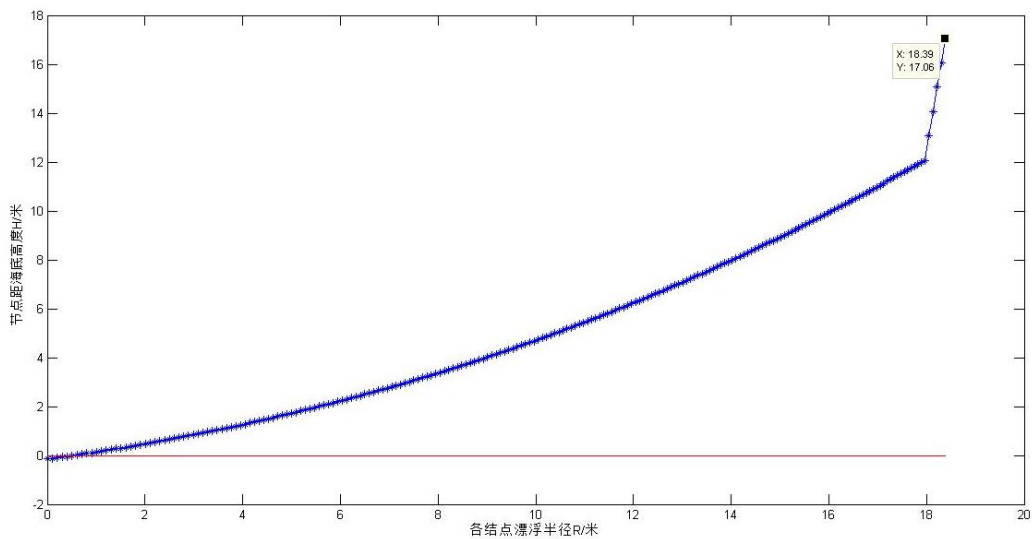


图 5.4 重物球质量修正后锚链形状满足约束条件的临界值, 符合设计要求。

## 6. 问题三分析与模型解决

### 6.1 问题分析

问题三中，海水深度，风力，水流力改变时，仍然要保证传输节点的正常工作，所以必须要使钢桶的倾斜角度不超过  $5^\circ$ ，锚链在锚点与海床的夹角不超过  $16^\circ$ 。所以在模型一的基础上，增加变量，且将水流力纳入考虑，重新对系泊系统进行静力分析，找到风力，水流力，锚链型号，重物球与系泊系统形态的数学关系，建立数学模型。然后使用真实数据模拟近浅海环境，利用多层优化搜索，针对多种目标，给出在不同环境下的最佳系泊系统设计。

## 6.2 模型建立

### 6.2.1 建立水流力模型

海水满足牛顿流体力学的条件，故海面水流速度为最大值，呈梯度递减，如图所示：

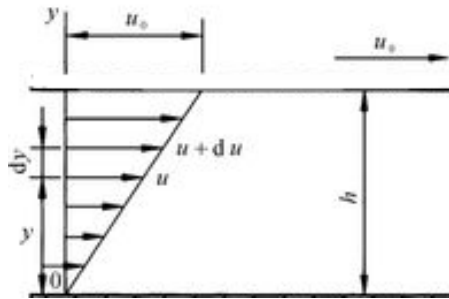


图 6.1 海水流速分布图

得到海水流速与水深的变化关系： $V_y = \frac{V_s}{H_{\text{海水}}} y$

利用

$$F_{\text{海水}} = 374 \times S_{\text{海水}} v_{\text{海水}}^2$$

考虑到前 4 节钢管和钢桶的尺寸较大，且由于角度约束几乎处于竖直状态不考虑倾斜，锚链尺寸较小受水流力影响可忽略不计，所以得到水深与水流力的关系，此时  $0 \leq i \leq 5$ ：

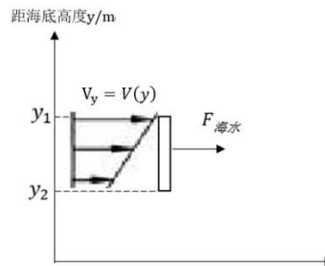


图 6.2 单元受水流力图

$$F_{\text{海水}_1} = 374 \times \int_{y_2}^{y_1} 2rV_y^2 dy \quad (6.1)$$

其中， $y_1 = H_{\text{海水}} - H_i$ ， $y_2 = H_{\text{海水}} - H_{i+1}$ ， $r$  为物体横截面的半径。

### 6.2.2 考虑水流力对模型一改进

由于真实环境中海下流场、海面风场环境十分复杂，所以将其视为平流场进行静力分析，系泊系统的形态很难保持稳定，一定存在，在问题一建立的坐标系下，重新对浮标、钢管、钢桶进行静力分析。考虑到每个单元尺寸不大，可以把海流力等分到单元两端，其大小为 $\frac{F_{海水_i}}{2}$ 。

对浮标：

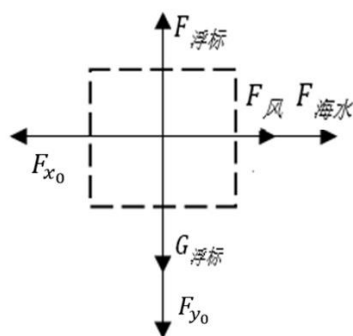


图 6.3 水流力下浮标受力分析

由受力平衡得，此时 $i = 0$ ：

$$\begin{cases} F_{x_i} = F_{风} + F_{海水_i} \\ F_{y_i} = F_{浮标} - G_{浮标} \end{cases} \quad (6.2)$$

对钢管：

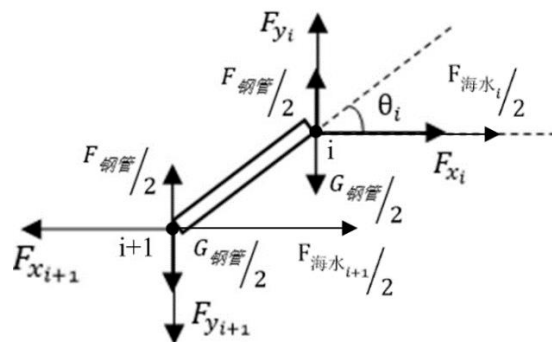


图 6.4 水流力下钢管受力分析

由受力平衡得，此时 $1 \leq i \leq 4$ ：

$$\begin{cases} F_{x_{i+1}} = F_{x_i} + \frac{F_{海水_i}}{2} \\ F_{y_{i+1}} = F_{y_i} + F_{钢管} - G_{钢管} \end{cases} \quad (6.3)$$

对钢桶：

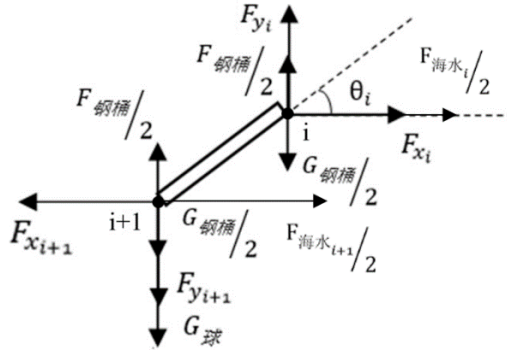


图 6.5 水流力下钢桶受力分析

由受力平衡得，此时  $i = 5$ ：

$$\begin{cases} F_{x_{i+1}} = F_{x_i} + \frac{F_{海水_i}}{2} \\ F_{y_{i+1}} = F_{y_i} + F_{钢桶} - G_{钢桶} - G_{球} \end{cases} \quad (6.4)$$

### 6.2.3 传输节点各部分状态变化的综合模型

$$\min h \quad s.t. \quad \left\{ \begin{array}{l} V = \pi r^2 h \\ F = \rho g V \\ G = mg \\ F_{风} = 0.625 \times S_{风} v_{风}^2 \\ F_{海水_i} = \begin{cases} 374 \times \int_{y_2}^{y_1} 2rV_y^2 dy, 0 \leq i \leq 5 \\ 0, 6 \leq i \leq N-1 \end{cases} \\ y_1 = H_{海水} - H_i \\ y_2 = H_{海水} - H_{i+1} \\ F_{x_i} = F_{x_{i-1}} + F_{风} + \frac{F_{海水_i}}{2}, 0 \leq i \leq N-1 \\ F_{y_i} = \begin{cases} F_{浮标} - G_{浮标}, i = 0 \\ F_{y_{i-1}} + F_{钢管} - G_{钢管}, 1 \leq i \leq 4 \\ F_{y_{i-1}} + F_{钢桶} - G_{钢桶} - G_{球}, i = 5 \\ F_{y_{i-1}} - G_{锚链}, 6 \leq i \leq N-1 \end{cases} \\ \theta_i = \begin{cases} \tan^{-1} \left( \frac{F_{y_i} + \frac{F_{钢管} - G_{钢管}}{2}}{F_{x_i}} \right), 1 \leq i \leq 4 \\ \tan^{-1} \left( \frac{F_{y_i} + \frac{F_{钢桶} - G_{钢桶}}{2}}{F_{x_i}} \right), i = 5 \\ \tan^{-1} \left( \frac{F_{y_i} - \frac{G_{钢桶}}{2}}{F_{x_i}} \right), 6 \leq i \leq N-1 \end{cases} \\ R_{max} = \sum_{i=1}^{N-1} L_i \cos \theta_i \\ H_{海水} = \sum_{i=1}^{N-1} L_i \sin \theta_i + h \\ 90^\circ - \theta_5 \leq 5^\circ \\ \theta_{N-1} \leq 16^\circ \end{array} \right. \quad (6.5)$$



## 6.3 模型求解

### 6.3.1 分析海水深度对各约束量的影响

首先分析海水深度对各约束量的影响，使用 II 型号锚链 22.05m，重物球质量 4000kg 带入模型一计算，结果如下表所示：

表 6.1

海水深度/米	钢桶处夹角/度	锚链与海床夹角/度	吃水深度/米
16.0	4.5803	14.2966	1.6460
16.5	4.5702	15.8100	1.6490
17.0	4.5569	17.7926	1.6530
17.5	4.5456	19.4439	1.6564
18.0	4.5337	21.1562	1.6600
18.5	4.5205	23.0131	1.6640
19.0	4.5071	24.8644	1.6681
19.5	4.4932	26.7479	1.6724
20.0	4.4780	28.7372	1.6771

结果分析：海水深度对钢桶处角度影响较小，对吃水深度影响也较小，对锚链与海底夹角影响较大，并且呈正相关。设计时必须考虑极端情况，故取海水深度 20m，风速 36m/s，海水速度 1.5m/s，进行下面的计算。

### 6.3.2 模型三求解流程图

多层优化搜索

- 1，设计系泊系统最先要保证自身不会移位，所以将锚点与海床夹角小于  $16^\circ$  设为约束，采用大步长，采用上层搜索，计算出重物球质量和锚链长度范围。
- 2，其次以浮标吃水深度和水声通讯系统倾斜角度为约束条件，缩小对重物球质量和锚链长度搜索范围。
- 3，以更小步长进行下层搜索。
- 4，是否满足要求，如果不满足，再次进行第 3 步，否则当前值为最优解。

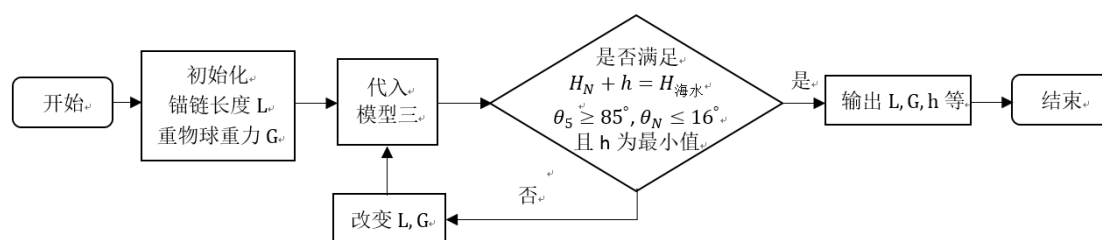


图 6.6 模型三流程图

### 6.3.3 基于不同近浅海环境的系泊系统设计

表 6.2 极限情况下各型号最优解

型号	最小长度/m	重物球质量/kg	钢桶处夹角/°	锚链处夹角/°	吃水深度/m	浮动半径/m
I	33.61	3651	4.9912	15.9905	1.5268	31.1076

II	27.93	3567	4.9867	15.9196	1.5278	24.6298
III	24.12	3453	4.9999	15.7358	1.5248	19.9953
IV	21.6	3335	4.9999	15.5833	1.5248	16.7015
V	19.8	3250	4.9999	15.6940	1.5248	14.1743

在满足极限情况的要求下，考虑到海况在大多数情况下都不是极限情况，下面以中国黄海海域为例，选择最优方案。根据黄海水文环境[]，一年内大多数时间风速为 6-12m/s，水流速为 0.1m/s 左右，近海海水深度 16-20m。所以取风速 9m/s，水流速 0.1m/s，海水深度 18m/s 进行计算，得到结果如下表：

表 6.3 普通情况下各方案结果

型号	最小长度/m	重物球质量/kg	钢桶处夹角/°	锚链处夹角/°	吃水深度/m	浮动半径/m
I	33.618	3651	0.1009	0	1.4761	25.5434
II	27.930	3567	0.1039	0	1.4638	18.6037
III	24.120	3453	0.1077	0	1.4483	14.1024
IV	21.600	3335	0.1105	0	1.4369	11.1934
V	19.800	3250	0.1094	0	1.4416	9.1030

方案均满足约束条件，在考虑不同参数优先级时，可作出不同选择。例如选择水声通讯设备的工作效果最佳为最高优先级，即钢桶处夹角最小，则选择型号 I 方案。分析这种情况下钢桶、钢管的倾斜角度、锚链形状、浮标的吃水深度和游动区域，代入模型计算得：

1. 吃水深度为：1.4761m
2. 钢桶与竖直方向夹角：0.1009°
3. 钢管从上到下与水平方向夹角：89.9014° 89.9009° 89.9005° 89.9001°
4. 锚点与海床的夹角：0°
5. 锚链形状及浮标浮动半径（最大浮动半径为 25.5434m），如图所示：

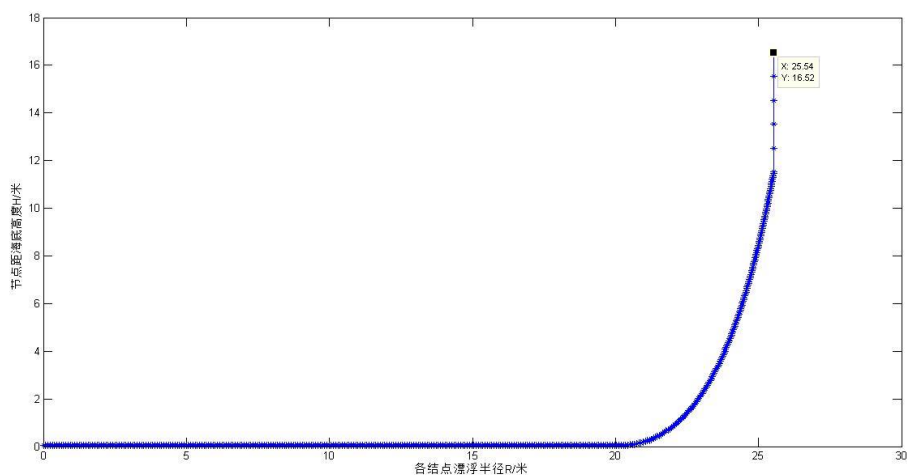


图 6.7 型号 I 方案锚链形状

## 7. 模型评价

### 7.1 模型与论文优点

(1) 合理的假设: 本文对于系泊链进行合理假设, 忽略链环之间的弯矩、摩擦对系泊链产生的影响, 使得模型建立更加简单, 大大简化了求解过程。

(2) 模型的科学性和可移植性: 本文主要依靠分段外推法进行静力分析, 并在此基础上找到参数之间的函数关系并以此建立数学模型。在模型求解时, 采用了二分法和多层优化搜索进行快速求解, 大大提高了计算效率和准确性。

(3) 求解结果的合理性: 本文在建立各个模型的时候, 采用 MATLAB2016a, 利用已知数据, 对模型的准确性进行了验证, 确保模型的求解不会有太大的误差。

## 7.2 模型的缺点和不足

(1) 本文为了简化模型, 忽略了海床的复杂情况, 这将导致模型得到的结果会和实际结果有偏差。

(2) 本文的模型假设的前提是将海底水流看成平流场, 这与实际海流情况相差较大, 但是由于本文主要是对近浅海进行分析, 所以误差虽然存在但是影响不大。

## 8. 参考文献

- [1] 乔东生, 欧进萍. 深水悬链锚泊系统静力分析[J]. 船海工程, 2009(2):120-124.
- [2] <http://gov.eastday.com/shjs/node4/node33/ulai100339.html> 9月11日.
- [3] [http://baike.baidu.com/link?url=AVuCO1XEqT1b6eNPO9dSKihx0vAC4ZC3DKIYGOPZgbvX-CKDtaRsTYr62kGq3CpXw3wbaFaAnMJHn3IeOq3A\\_a](http://baike.baidu.com/link?url=AVuCO1XEqT1b6eNPO9dSKihx0vAC4ZC3DKIYGOPZgbvX-CKDtaRsTYr62kGq3CpXw3wbaFaAnMJHn3IeOq3A_a) 9月11日.
- [4] [http://baike.baidu.com/link?url=-c561NCo\\_0A\\_JaQGD8\\_6dF6Aqr1Eg90h4408QEJPLUEAEZ3jQorcUvngN\\_Sm8ss9BpUIh0e0xNi1SAPqGFz9\\_K](http://baike.baidu.com/link?url=-c561NCo_0A_JaQGD8_6dF6Aqr1Eg90h4408QEJPLUEAEZ3jQorcUvngN_Sm8ss9BpUIh0e0xNi1SAPqGFz9_K) 9月11日.
- [5] <http://baike.baidu.com/link?url=eQCURTD2wB-0cCyPMavFV36--LumelxnEnfD4yPHpwEc30v-cZj11MzEAiLwJ9YRW4onFZtczM6m1ku00EG0cq> 9月11日.
- [6] [http://baike.baidu.com/link?url=M4Y976wnEao3ZgRWI07Ht0Zk299ivLJhMM09wyS9h0FGXmsH8jbR73Q0yBBTaCX8j1vQPXJpMuzLaTyDvPSn7\\_](http://baike.baidu.com/link?url=M4Y976wnEao3ZgRWI07Ht0Zk299ivLJhMM09wyS9h0FGXmsH8jbR73Q0yBBTaCX8j1vQPXJpMuzLaTyDvPSn7_) 9月11日.
- [7] 陈小红, 黄祥鹿. 单点系泊海洋资料浮标的动力分析[J]. 中国造船, 1995(3):1-8.
- [8] 王亚洲. 深海单点系泊海洋浮标锚泊系统研究[D]. 中国海洋大学, 2013.

## 附录

(程序编译环境为 Matlab)

```
%浮标悬浮系统数学建模程序
function [H R theta]=ocean(hd,M);%定义吃水深度函数
h=hd;%浮标吃水深度
Vf=36;%海面风速
Vs=1.5;%海水流速
g=9.81;%重力加速度
rho=1025;%海水密度
Rf=1;%浮标半径
Hf=2;%浮标高度
Mf=1000;%浮标质量
Rg=0.025;%钢管半径
Lg=1;%钢管长度
Mg=10;%钢管质量
Rt=0.15;%钢桶半径
Lt=1;%钢桶长度
Mt=100;%钢桶质量
Mq=M;%重物球质量
rhom=28.12;%锚链线密度
Li=0.180;%链环长度
Lm=110*Li;%锚链长度

N=floor(Lm/Li);%链环数量
m=rhom*Li;%链环质量
theta=zeros(1,N+5);%各段倾角
H=zeros(1,N+6);%各段距浮标节点高度
R=zeros(1,N+6);%各段距锚距离

%采用从浮标向下分析的思路
Ht=20;
Fx0=0.625*2*Rf*(Hf-h)*Vf^2+374*2*Rf*Vs^2*(h-h^2/Ht-h^3/3/Ht^2);
Fy0=rho*g*pi*Rf^2*h-Mf*g;

%计算钢管处
Fx0=Fx0+374*Lg*2*Rg*(Vs*(19-h)/20)^2/2;
Fx=Fx0;
for i=1:4;
    Fy=Fy0+(2*i-1)*(rho*pi*Rg^2*Lg-Mg)*g/2;
    T=Fy/Fx;
    theta(i)=atan(T);
```

```

H(i+1)=H(i)+Lg*sin(theta(i));
R(i+1)=R(i)+Lg*cos(theta(i));
Fx=Fx+374*Lg*2*Rg*(Vs*(20-h-i)/20)^2;
end

```

%计算钢桶处

```

i=5;
Fx=Fx+374*Lt*2*Rt*(Vs*(20-h-i)/20)^2/2;
Fy1=Fy0+4*(rho*pi*Rg^2*Lg-Mg)*g;
Fy=Fy1+(rho*pi*Rt^2*Lt-Mt)*g/2;
T=Fy/Fx;
theta(i)=atan(T);
H(i+1)=H(i)+Lt*sin(theta(i));
R(i+1)=R(i)+Lt*cos(theta(i));
Fx=Fx+374*Lt*2*Rt*(Vs*(20-h-i)/20)^2/2;

```

%计算锚链处

```

Fy2=Fy1+(rho*pi*Rt^2*Lt-Mt)*g-Mq*g;
for i=6:N+5;
    Fy=Fy2-(2*(i-5)-1)*m*g/2;
    T=Fy/Fx;
    theta(i)=atan(T);
    H(i+1)=H(i)+Li*sin(theta(i));
    R(i+1)=R(i)+Li*cos(theta(i));
    if Fy<0;
        break;
    end
end
end
if i<N+5;
    k=i-1;
    for i=k:N+5;
        R(i+1)=R(i)+Li;
        H(i+1)=H(i);
    end
end
end
end

```

实测图：



### 实测数据

试验次数		1	2	3	4	5
实验测量值	第五根回形针与水平方向夹角	0°	7.6°	13.2°	18.4°	23.2°
程序模拟值		0°	8.756 3°	14.536 4°	19.942 6°	21.625 3°

%浮标悬浮系统数学建模程序

function [H R theta]=ocean1(hd);%定义吃水深度函数

h=hd;%浮标吃水深度

Vf=9;%海面风速

Vs=0.1;%海水流速

g=9.81;%重力加速度

rho=1025;%海水密

Rf=1;%浮标半径

Hf=2;%浮标高度

Mf=1000;%浮标质量

Rg=0.025;%钢管半径

Lg=1;%钢管长度

Mg=10;%钢管质量

Rt=0.15;%钢桶半径

Lt=1;%钢桶长度

Mt=100;%钢桶质量

Mq=3651;%重物球等效质量

rhom=3.2;%锚链线密度

Li=0.078;%链环长度

Lm=431\*Li;%锚链长度

N=floor(Lm/Li);%链环数量

```

m=rhom*Li;%链环质量
theta=zeros(1,N+5);%各段倾角
H=zeros(1,N+6);%各段距海地高度
R=zeros(1,N+6);%各段距锚距离

%采用从浮标向下分析的思路
Ht=20;
Fx0=0.625*2*Rf*(Hf-h)*Vf^2+374*2*Rf*Vs^2*(h-h^2/Ht-h^3/3/Ht^2);
Fy0=rho*g*pi*Rf^2*h-Mf*g;

%计算钢管处
Fx0=Fx0+374*Lg*2*Rg*(Vs*(19-h)/20)^2/2;
Fx=Fx0;
for i=1:4;
    Fy=Fy0+(2*i-1)*(rho*pi*Rg^2*Lg-Mg)*g/2;
    T=Fy/Fx;
    theta(i)=atan(T);
    H(i+1)=H(i)+Lg*sin(theta(i));
    R(i+1)=R(i)+Lg*cos(theta(i));
    Fx=Fx+374*Lg*2*Rg*(Vs*(20-h-i)/20)^2/2;
end

%计算钢桶处
i=5;
Fx=Fx+374*Lt*2*Rt*(Vs*(20-h-i)/20)^2/2;
Fy1=Fy0+4*(rho*pi*Rg^2*Lg-Mg)*g;
Fy=Fy1+(rho*pi*Rt^2*Lt-Mt)*g/2;
T=Fy/Fx;
theta(i)=atan(T);
H(i+1)=H(i)+Lt*sin(theta(i));
R(i+1)=R(i)+Lt*cos(theta(i));
Fx=Fx+374*Lt*2*Rt*(Vs*(20-h-i)/20)^2/2;

%计算锚链处
Fy2=Fy1+(rho*pi*Rt^2*Lt-Mt)*g-Mq*g;
for i=6:N+5;
    Fy=Fy2-(2*(i-5)-1)*m*g/2;
    T=Fy/Fx;
    theta(i)=atan(T);
    H(i+1)=H(i)+Li*sin(theta(i));
    R(i+1)=R(i)+Li*cos(theta(i));
    if Fy<0;
        break;
    end
end

```

```

        end
    end
    if i<N+5;
        k=i-1;
        for i=k:N+5;
            R(i+1)=R(i)+Li;
            H(i+1)=H(i);
        end
    end
end
end

clc;
clear;
hd=1.52:0.00001:1.54;
N=length(hd);
H=20;

% t=zeros(1,N);
% Test=zeros(1,N);
% for i=1:N;
%     h=hd(i);
%     [H_bar R theta]=ocean(h,676);
%     Ht=H_bar(end)+h;
%     Test(i)=H-Ht;
% end
%
% plot(hd,Test);
% xlabel('吃水深度 h/米');
% hold on
% plot(hd,t)
% hold off

flag=0;
for M=3150:3300;

for i=1:N;
    h=hd(i);
    [H_bar R theta]=ocean(h,M);
    Ht=H_bar(end)+h;
    T=H-Ht;
    if abs(T)<0.01 && theta(5)>1.483529864195180&& theta(end)<0.279;
        flag=1;
        break;
    end
end
end

```



```

        end
    end
    if flag==1;
        break;
    end
end
M
h=hd(i)
[H_bar R theta]=ocean(h,M);
theta=theta*180/pi;
90-theta(5)
theta(end)
R(end)

plot(R(end)-R, 20-h-H_bar, '-*');
xlabel('浮标漂浮半径 R/米');
ylabel('节点距海底高度 H/米');
hold on
plot(R(end)-R, zeros(1, length(R)), 'r');
hold off

```